Table des matières

5 Compléments sur la dérivation **1**

Exercices supplémentaires du chapitre . . . 1

ES 1 (Bac CE J2 juin 2024) (Corrigé) . . . 2
ES 2 (Optimisation) (Corrigé) . . . 3
ES 3 (Exponentielles et tangentes) (Corrigé) . . . 3
ES 4 (Le plus petit minimum) (Corrigé) . . . 4
ES 5 (Point de contact) (Corrigé) . . . 4
ES 6 (Convexité et variations de la dérivée) (Corrigé) . . . 4
ES 7 (Convexité et signe de la dérivée seconde) (Corrigé) . . . 4
ES 8 (Inégalité de convexité) (Corrigé) . . . 5
ES 9 (Étude d'une fonction, inégalité de convexité) (Corrigé) . . . 5
ES 10 (Convexité et point d'inflexion) (Corrigé) . . . 5
ES 11 (Propagation d'une rumeur) (Corrigé) . . . 6
ES 12 (Repousse d'une queue de lézard) (Corrigé) . . . 6
ES 13 (Fonction satisfaction) (Corrigé) . . . 7
ES 14 (Épreuve 2021) (Corrigé) . . . 8
ES 15 (Polynésie 14/03/23) (Corrigé) . . . 9
ES 16 (Métropole J1 13/09/21 – Évolution d'une population) (Corrigé) . . . 10
ES 17 (Nouvelle-Calédonie 29/08/23) (Corrigé) . . . 11
ES 18 (Équipement d'une population – Antilles Guyane 2019) (Corrigé) . . . 12

Chapitre 5

Compléments sur la dérivation

Exercices supplémentaires du chapitre

Ces exercices supplémentaires sont corrigés en détail sur **mathsetclic.fr**.

ES 1 (Bac CE J2 juin 2024) (Corrigé)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-\infty\,;\,1\,[$ par : $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x}{x-1}$.

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $]-\infty\,;\,1\,[$.

On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère.

1. a) Déterminer la limite de la fonction f en 1.

1. b) En déduire une interprétation graphique.

2. Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$.

3. a) Montrer que pour tout réel $x \in]-\infty\,;\,1\,[$, $f'(x) = \dfrac{(x-2)\,\mathrm{e}^x}{(x-1)^2}$.

3. b) Dresser, en justifiant, le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]-\infty\,;\,1\,[$.

4. On admet que pour tout réel $x \in]-\infty\,;\,1\,[$, on a : $f''(x) = \dfrac{\left(x^2-4x+5\right)\mathrm{e}^x}{(x-1)^3}$.

4. a) Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $]-\infty\,;\,1\,[$.

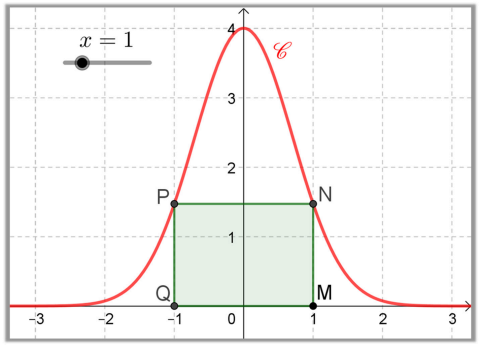
4. b) Déterminer l'équation réduite de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

4. c) En déduire que pour tout réel $x \in]-\infty\,;\,1\,[$, on a : $\mathrm{e}^x \geqslant (-2x-1)(x-1)$.

5. a) Justifier que l'équation $f(x) = -2$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]-\infty\,;\,1\,[$.

5. b) À l'aide de la calculatrice, déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

ES 2 (Optimisation) (Corrigé)

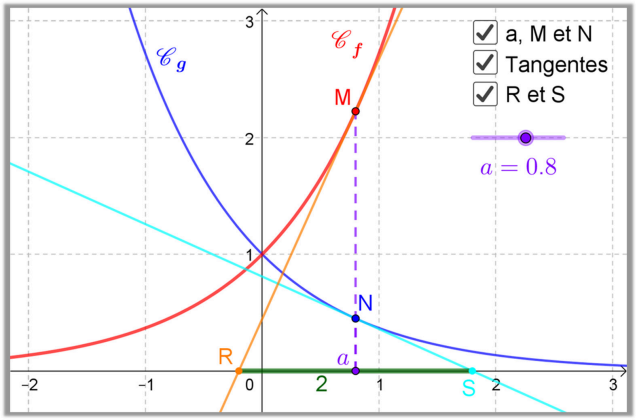


Dans un repère orthonormé d'unité de longueur 1 cm, on note $\mathscr{C}$ la courbe d'équation $y = 4\,\mathrm{e}^{-x^2}$.

On inscrit un rectangle $MNPQ$ entre l'axe des abscisses et la courbe $\mathscr{C}$ comme le montre la figure ci-contre.

Déterminer les dimensions du rectangle $MNPQ$ d'aire maximale.

ES 3 (Exponentielles et tangentes) (Corrigé)



Soient f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^x \qquad \text{et} \qquad g(x) = \mathrm{e}^{-x}.$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f et $\mathscr{C}_g$ celle de la fonction g dans un repère orthonormé du plan.

1. Existe-t-il des points de $\mathscr{C}_f$ en lesquels la tangente est parallèle à la droite Δ d'équation $y = \dfrac{x}{\sqrt{\mathrm{e}}}$?

2. Existe-t-il des points de $\mathscr{C}_g$ en lesquels la tangente passe par l'origine du repère ?

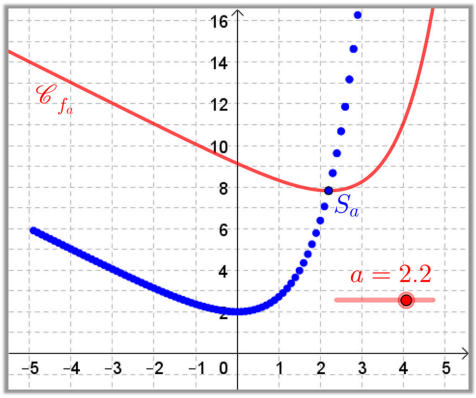
Pour tout réel a, on note M le point de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse a et N le point de $\mathscr{C}_g$ d'abscisse a.

La tangente en M à $\mathscr{C}_f$ coupe l'axe des abscisses en R, la tangente en N à $\mathscr{C}_g$ coupe l'axe des abscisses en S.

3. Démontrer que la tangente en M à $\mathscr{C}_f$ est perpendiculaire à la tangente en N à $\mathscr{C}_g$.

4. Démontrer que la longueur RS est constante, indépendante de a.

ES 4 (Le plus petit minimum) (Corrigé)



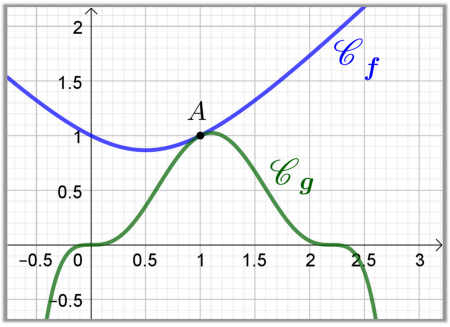
Pour chaque réel a, on considère la fonction f_a définie sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ par :

$$f_a(x) = \mathrm{e}^{x-a} - x + \mathrm{e}^a.$$

1. Montrer que pour tout réel a, la fonction f_a possède un minimum.

2. Existe-t-il une valeur de a pour laquelle ce minimum est le plus petit possible ?

ES 5 (Point de contact) (Corrigé)



On a tracé ci-contre les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 - x + 1} \qquad \text{et} \qquad g(x) = \left(\frac{11x - 5x^2}{6}\right)^3.$$

1. Que peut-on conjecturer pour ces deux courbes au point d'abscisse 1 ?

2. Démontrer cette conjecture.

ES 6 (Convexité et variations de la dérivée) (Corrigé)

On donne ci-contre le tableau de variation de la fonction dérivée d'une fonction f deux fois dérivable sur l'intervalle $[-3\,;\,7]$.

x	-3		-1		3		7
variation de f'	2	↘	-1	↗	2	↘	-1

1. Déterminer la convexité de la fonction f.

2. Sachant que $f(-1) = 1$ et $f(3) = 1$, tracer dans un repère une courbe pouvant représenter f.

ES 7 (Convexité et signe de la dérivée seconde) (Corrigé)

On donne ci-contre le tableau de signes de la fonction dérivée seconde f'' d'une fonction f deux fois dérivable sur l'intervalle $[-2\,;\,6]$.

x	-2		0		4		6
$f''(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

1. Déterminer la convexité de la fonction f.

2. Est-il possible que $f'(-2) = 1$ et $f'(0) = 0$?

3. Sachant que $f(0) = 1$ et $f(4) = 1$, tracer dans un repère une courbe pouvant représenter f.

ES 8 (Inégalité de convexité) (Corrigé)

On considère la fonction g définie sur $\left]-\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$ par $g(x)=\sqrt{2x+1}$. On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de g.

1. On admet que g est deux fois dérivable sur $\left]-\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$. Étudier la convexité de g sur $\left]-\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$.

2. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 24.

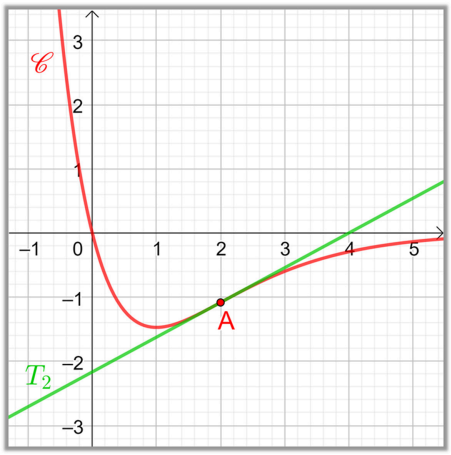
3. En déduire sans calculatrice que $\sqrt{51}\leqslant\frac{50}{7}$.

ES 9 (Étude d'une fonction, inégalité de convexité) (Corrigé)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-4x\,\mathrm{e}^{-x}$.

On admet que f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f tracée ci-contre.



1. Conjecturer graphiquement la convexité de f.

2. Prouver que pour tout $x\in\mathbb{R}$, $f'(x)=4\,\mathrm{e}^{-x}(x-1)$ et $f''(x)=4\,\mathrm{e}^{-x}(2-x)$.

3. Infirmer ou confirmer la conjecture émise à la question **1**.

4. Déterminer une équation de la tangente T_2 à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2.

5. Préciser le plus grand intervalle I tel que $x\in I\Rightarrow f(x)\geqslant 4\,\mathrm{e}^{-2}(x-4)$.

6. Montrer que si $x\in I\cap\left]0\,;+\infty\right[$, alors $\mathrm{e}^{2-x}\leqslant\frac{4-x}{x}$.

7. En déduire sans calculatrice que $\mathrm{e}^{0,5}\leqslant\frac{5}{3}$.

ES 10 (Convexité et point d'inflexion) (Corrigé)

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x\,\mathrm{e}^{0,4x-1}$.

a) Justifier l'affichage ci-contre obtenu à l'aide d'un logiciel de calcul formel.

Dérivée(Dérivée($x\cdot e^{0.4x-1}$))

Factoriser: $4\,\mathrm{e}^{\frac{2x-5}{5}}\cdot\frac{x+5}{25}$

b) En déduire la convexité de la fonction f et préciser les éventuels points d'inflexion de sa courbe représentative. Dresser le tableau de variation de f.

2. Dans chaque cas, étudier la convexité de la fonction f définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ puis préciser les éventuels points d'inflexion de la courbe représentative de f.

a) $f(x)=-x^4-2x^3-12x^2+8x+6$ **b)** $f(x)=\frac{2}{x^2+6}$ **c)** $f(x)=\frac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}}{2}$

ES 11 (Propagation d'une rumeur) (Corrigé)

Lors de la propagation d'une rumeur, le nombre d'individus propageant cette rumeur x jours après son commencement est donné, en unité, par la fonction f définie sur $[0\,;\,50]$ par $f(x) = 100 + x^4\,\mathrm{e}^{-0{,}1x}$. On admet dans la suite que f est deux fois dérivable sur $[0\,;\,50]$.

1. Déterminer le nombre d'individus propageant cette rumeur initialement.

2. **a)** Prouver que pour tout $x \in [0\,;\,50]$, $f'(x) = x^3\,\mathrm{e}^{-0{,}1x}(4 - 0{,}1x)$.

b) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $[0\,;\,50]$.

3. Dans cette question, on admet que pour tout $x \in [0\,;\,50]$, $f''(x) = \mathrm{e}^{-0{,}1x} \times x^2 \times \left(0{,}01x^2 - 0{,}8x + 12\right)$.

Étudier la convexité de la fonction f sur $[0\,;\,50]$.

4. En déduire :

a) le nombre de jours qu'il faut attendre avant que le nombre d'individus propageant cette rumeur diminue (arrondi à l'unité) ;

b) le nombre maximum d'individus propageant cette rumeur (arrondi à l'unité) ;

c) le nombre de jours qu'il faut attendre avant que la croissance du nombre d'individus propageant cette rumeur diminue.

ES 12 (Repousse d'une queue de lézard) (Corrigé)



Lorsque la queue d'un lézard des murailles casse, elle repousse toute seule en une soixantaine de jours.

Lors de la repousse, on modélise la longueur en centimètre de la queue du lézard en fonction du nombre de jours.

Cette longueur est modélisée par la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = 10\,\mathrm{e}^{u(x)}$.

où u est la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $u(x) = -\,\mathrm{e}^{2-\frac{x}{10}}$.

On admet que la fonction f est dérivable sur $[0\,;\,+\infty[$.

1. Vérifier que pour tout x positif on a $f'(x) = -u(x)\,\mathrm{e}^{u(x)}$. En déduire le sens de variations de la fonction f sur $[0\,;\,+\infty[$.

2. **a)** Calculer $f(20)$. En déduire une estimation, arrondie au millimètre, de la longueur de la queue du lézard après vingt jours de repousse.

b) Selon cette modélisation, la queue du lézard peut-elle mesurer 11 cm ?

3. On souhaite déterminer au bout de combien de jours la vitesse de croissance est maximale.

On admet que la vitesse de croissance au bout de x jours est donnée par $f'(x)$.

On admet que la fonction dérivée f' est dérivable sur $[0\,;\,+\infty[$, on note f'' la fonction dérivée de f'.

a) Vérifier que pour tout $x \geqslant 0$, $f''(x) = \dfrac{1}{10}u(x)\,\mathrm{e}^{u(x)}(1 + u(x))$.

b) Déterminer les variations de f' sur $[0\,;\,+\infty[$.

c) En déduire au bout de combien de jours la vitesse de croissance de la longueur de la queue du lézard est maximale.

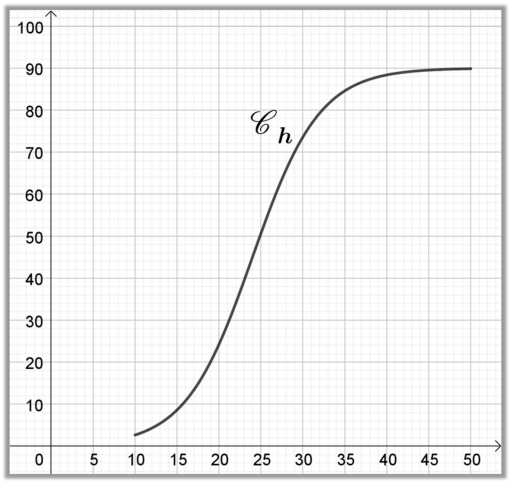
ES 13 (Fonction satisfaction) (Corrigé)

On appelle fonction « *satisfaction* » toute fonction dérivable qui prend des valeurs comprises entre 0 et 100. Lorsque la fonction « *satisfaction* » atteint la valeur 100, on dit qu'il y a « *saturation* ».

On définit aussi la fonction « *envie* » comme la fonction dérivée de la fonction « *satisfaction* ».

La direction des ressources humaines d'une entreprise modélise la satisfaction d'un salarié en fonction du salaire annuel qu'il perçoit. On admet que la fonction « *satisfaction* » h est définie sur l'intervalle $[10\,;\,50]$ par :

$$h(x) = \frac{90}{1+\mathrm{e}^{-0{,}25\,x+6}},$$ où x est exprimé en millier d'euros.



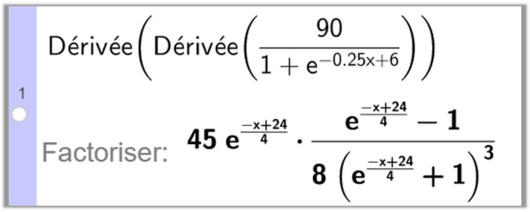
On note $\mathscr{C}_h$ la courbe représentative de la fonction h, représentée ci-contre.

1. Par lecture graphique, conjecturer la convexité de la fonction h ainsi que le sens de variation de la fonction « *envie* ». En donner une interprétation concrète.

2. Selon ce modèle, est-il possible d'atteindre la saturation ? Justifier.

On admet que la fonction h est deux fois dérivable sur l'intervalle $[10\,;\,50]$.

Un logiciel de calcul formel donne le résultat ci-contre.



3. Donner sans justification une expression de $h''(x)$.

4. Étudier la convexité de h sur l'intervalle $[10\,;\,50]$.

5. À partir de quel salaire annuel peut-on estimer que la fonction « *envie* » décroît ? Justifier.

6. Compléter le script ci-contre de sorte qu'il renvoie le plus petit salaire annuel à l'euro près pour lequel la satisfaction dépasse 80.

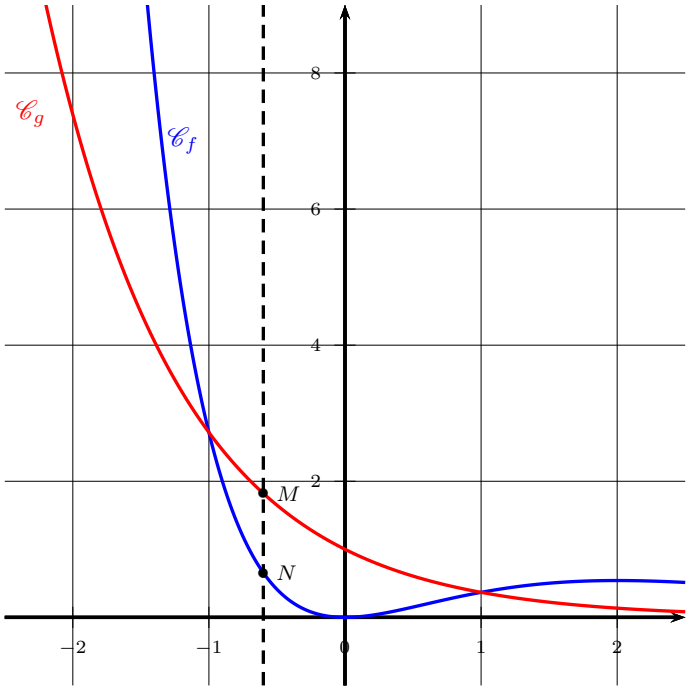
Saisir ce script dans un éditeur Python pour trouver ce salaire.

```
1 from math import exp
2 def h(x):
3     return ......................
4 def satisfaction():
5     x=10
6     while ..........:
7         x=..........
8     return x
```

ES 14 (Épreuve 2021) (Corrigé)

Le graphique ci-contre représente, dans un repère orthogonal, les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ des fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2\mathrm{e}^{-x} \quad \text{et} \quad g(x) = \mathrm{e}^{-x}.$$



1. **a)** Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

b) Étudier la position relative des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

2. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[-1\,;\,1]$, on considère les points M de coordonnées $(x\,;\,f(x))$ et N de coordonnées $(x\,;\,g(x))$, et on note $d(x)$ la distance MN. On admet que : $d(x) = \mathrm{e}^{-x} - x^2\mathrm{e}^{-x}$.

On admet que la fonction d est dérivable sur l'intervalle $[-1\,;\,1]$.

a) Montrer que $d'(x) = \mathrm{e}^{-x}\left(x^2 - 2x - 1\right)$.

b) En déduire les variations de la fonction d sur l'intervalle $[-1\,;\,1]$.

c) Déterminer l'abscisse commune x_0 des points M_0 et N_0 permettant d'obtenir une distance $d\,(x_0)$ maximale, et donner la valeur exacte puis une valeur approchée à 0,1 près de la distance M_0N_0.

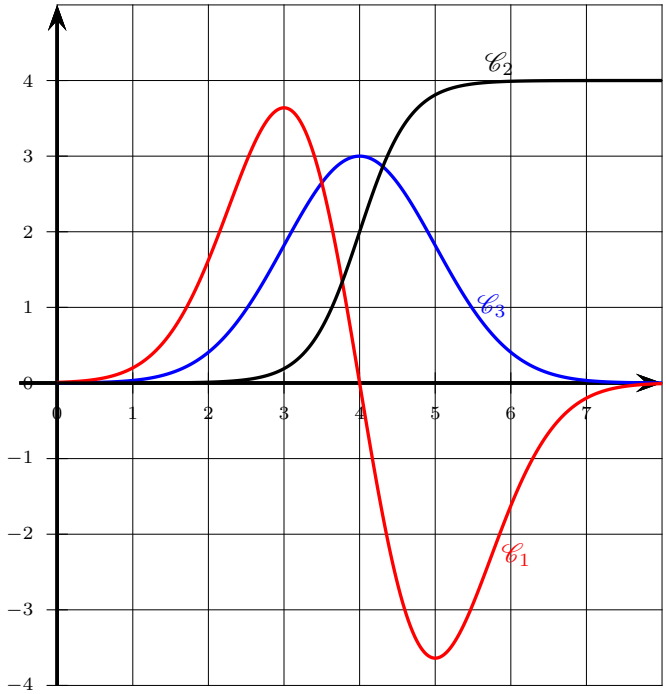
ES 15 (Polynésie 14/03/23) (Corrigé)

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment

Partie A

Le plan est ramené à un repère orthogonal.

On a représenté ci-dessous la courbe d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, ainsi que celle de sa dérivée f' et de sa dérivée seconde f''.



1. Déterminer, en justifiant votre choix, quelle courbe correspond à quelle fonction.
2. Déterminer, avec la précision permise par le graphique, le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_2$ au point d'abscisse 4.
3. Donner avec la précision permise par le graphique, l'abscisse de chaque point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_1$.

Partie B

Soit un réel k strictement positif.

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \dfrac{4}{1+\mathrm{e}^{-kx}}$.

1. Déterminer les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$.
2. Prouver que $g'(0) = k$.
3. En admettant le résultat ci-dessous obtenu avec un logiciel de calcul formel, prouver que la courbe de g admet un point d'inflexion au point d'abscisse 0.

1	g(x)=4/(1+ *e* ^(-k*x)) → $g(x) = \dfrac{4}{e^{-kx}+1}$
2	Simplifier(g''(x)) → $g''(x) = -4\,e^{kx}\left(e^{kx}-1\right)\dfrac{k^2}{\left(e^{kx}+1\right)^3}$

ES 16 (Métropole J1 13/09/21 – Évolution d'une population) (Corrigé)

Dans le parc national des Pyrénées, un chercheur travaille sur le déclin d'une espèce protégée dans les lacs de haute-montagne : le « crapaud accoucheur ».

Dans certains lacs des Pyrénées, des truites ont été introduites par l'homme afin de permettre des activités de pêche en montagne. Le chercheur a étudié l'impact de cette introduction sur la population de crapauds accoucheurs d'un lac.

Ses études précédentes l'amènent à modéliser l'évolution de cette population en fonction du temps par la fonction f suivante :

$$f(t) = \left(0{,}04t^2 - 8t + 400\right)\mathrm{e}^{\frac{t}{50}} + 40 \text{ pour } t \in [\,0\,;\,120\,].$$

La variable t représente le temps écoulé, en jour, à partir de l'introduction à l'instant $t = 0$ des truites dans le lac, et $f(t)$ modélise le nombre de crapauds à l'instant t.

1. Déterminer le nombre de crapauds présents dans le lac lors de l'introduction des truites.

2. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[\,0\,;\,120\,]$.

Montrer, en faisant apparaitre les étapes du calcul, que pour tout nombre réel t appartenant à l'intervalle $[\,0\,;\,120\,]$, on a :

$$f'(t) = t(t-100)\mathrm{e}^{\frac{t}{50}} \times 8 \times 10^{-4}.$$

3. Étudier les variations de f sur $[\,0\,;\,120\,]$, puis dresser le tableau de variations de f sur cet intervalle (on arrondira au centième si besoin).

4. Selon cette modélisation :

a) Déterminer le nombre de jours J nécessaires afin que le nombre de crapauds atteigne son minimum. Quel est ce nombre minimum ?

b) À l'aide de la calculatrice, déterminer la durée en jour à partir de laquelle le nombre de crapauds dépassera 140 individus.

5. On considère la fonction `attente` suivante écrite dans le langage Python :

On rappelle que la fonction `exp` du module `math` (que l'on suppose importé) désigne la fonction exponentielle.

Quelle est la valeur renvoyée par la commande `attente(0.5,200)` ?

Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

```
1  from math import exp
2
3  def f(t):
4      return (0.04*t**2-8*t+400)*exp(t/50)+40
5
6  def attente(pas,seuil):
7      t=100
8      while f(t)<=seuil:
9          t=t+pas
10     return t
```

ES 17 (Nouvelle-Calédonie 29/08/23) (Corrigé)

On considère la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par : $f(x) = x\,\mathrm{e}^{-x}$.

On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

On admet que f est deux fois dérivable sur $[0\,;+\infty[$.

1. En remarquant que pour tout x dans $[0\,;+\infty[$, on a : $f(x) = \dfrac{x}{\mathrm{e}^x}$, démontrer que la courbe $\mathcal{C}_f$ possède une asymptote en $+\infty$ dont on donnera une équation.

2. Démontrer que pour tout réel x appartenant à $[0\,;+\infty[$: $f'(x) = (1-x)\,\mathrm{e}^{-x}$.

3. Dresser le tableau de variations de f sur $[0\,;+\infty[$, sur lequel on fera figurer les valeurs aux bornes ainsi que la valeur exacte de l'extremum.

4. Déterminer, sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$, le nombre de solutions de l'équation $f(x) = \dfrac{367}{1\,000}$.

5. On admet que pour tout x appartenant à $[0\,;+\infty[$: $f''(x) = \mathrm{e}^{-x}(x-2)$.

Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$.

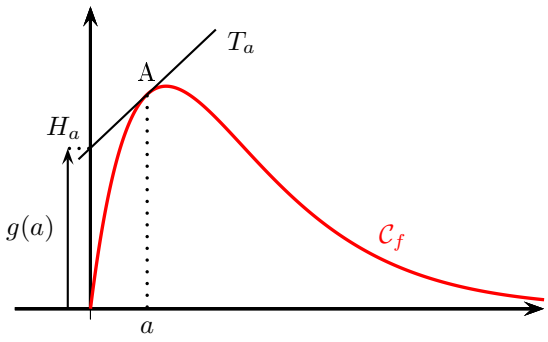
6. Soit a un réel appartenant à $[0\,;+\infty[$ et A le point de la courbe $\mathcal{C}_f$ d'abscisse a.

On note T_a la tangente à $\mathcal{C}_f$ en A.

On note H_a le point d'intersection de la droite T_a et de l'axe des ordonnées.

On note $g(a)$ l'ordonnée de H_a.

La situation est représentée sur la figure ci-contre.



a) Démontrer qu'une équation réduite de la tangente T_a est : $y = [(1-a)\,\mathrm{e}^{-a}]\,x + a^2\,\mathrm{e}^{-a}$.

b) En déduire l'expression de $g(a)$.

c) Démontrer que $g(a)$ est maximum lorsque A est un point d'inflexion de la courbe $\mathcal{C}_f$.

Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées.

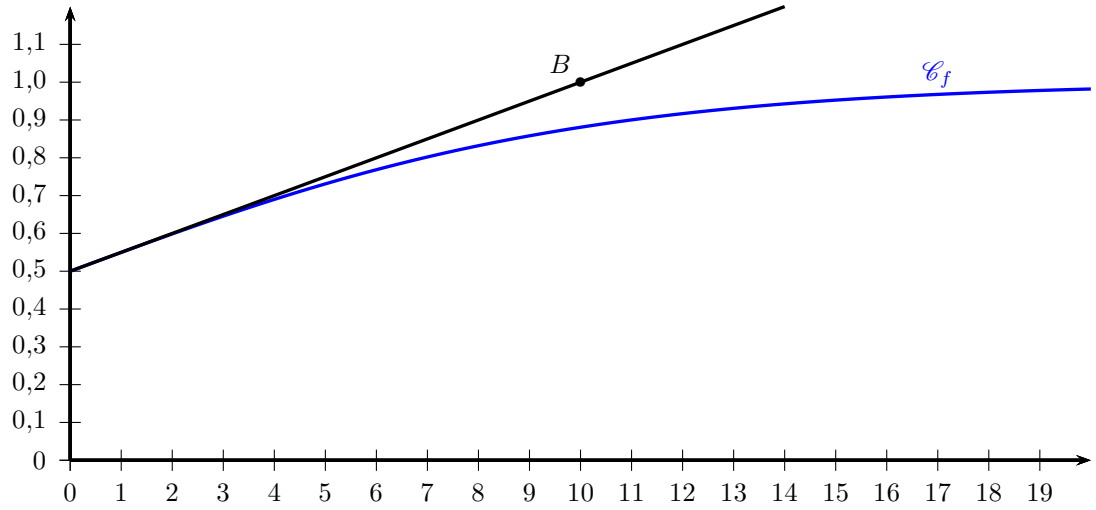
ES 18 (Équipement d'une population – Antilles Guyane 2019) (Corrigé)

Partie A

Soit a et b des nombres réels. On considère une fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{a}{1+\mathrm{e}^{-bx}}$.

La courbe $\mathscr{C}_f$ représentant la fonction f dans un repère orthogonal est donnée ci-dessous.

La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par le point $A(0\,;0{,}5)$. La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A passe par le point $B(10\,;1)$.



1. Justifier que $a=1$. On obtient alors, pour tout réel $x\geqslant 0$, $f(x)=\dfrac{1}{1+\mathrm{e}^{-bx}}$.

2. On admet que la fonction f est dérivable sur $[0\,;+\infty[$. Vérifier que, pour tout réel $x\geqslant 0$, $f'(x)=\dfrac{b\,\mathrm{e}^{-bx}}{\left(1+\mathrm{e}^{-bx}\right)^2}$.

3. En utilisant les données de l'énoncé, déterminer b.

Partie B

La proportion d'individus qui possèdent un certain type d'équipement dans une population est modélisée par la fonction p définie sur $[0\,;+\infty[$ par $p(x)=\dfrac{1}{1+\mathrm{e}^{-0{,}2x}}$.

Le réel x représente le temps écoulé, en année, depuis le 1er janvier 2000.

Le nombre $p(x)$ modélise la proportion d'individus équipés après x années.

Ainsi, pour ce modèle, $p(0)$ est la proportion d'individus équipés au 1er janvier 2000 et $p(3{,}5)$ est la proportion d'individus équipés au milieu de l'année 2003.

Dans la suite, on admet que la fonction p est deux fois dérivable sur $[0\,;+\infty[$.

1. Quelle est, pour ce modèle, la proportion d'individus équipés au 1er janvier 2010 ? On en donnera une valeur arrondie au centième.

2. **a)** Déterminer le sens de variation de la fonction p sur $[0\,;+\infty[$.

b) Calculer la limite de la fonction p en $+\infty$ puis dresser le tableau de variation de p.

c) Interpréter ce tableau de variation dans le contexte de l'exercice.

3. On considère que, lorsque la proportion d'individus équipés dépasse 95 %, le marché est saturé.

Compléter le script ci-contre afin d'obtenir l'année au cours de laquelle cela se produit.

Saisir ce script dans un éditeur Python pour déterminer cette année.

```
1 from math import exp
2 def p(x):
3     return ......................
4 def saturation():
5     x=0
6     while ..........:
7         ............
8     return x
```

4. **a)** Montrer que pour tout $x\geqslant 0$, $p''(x)=\dfrac{0{,}04\,\mathrm{e}^{-0{,}2x}\left(\mathrm{e}^{-0{,}2x}-1\right)}{\left(1+\mathrm{e}^{-0{,}2\,x}\right)^3}$.

b) Alice affirme que la croissance de la proportion d'individus qui possèdent ce type d'équipement ne fait que ralentir. Que penser de cette affirmation ? Justifier.